

TEST DE EVALUARE_Inducția matematică
Cls. a IX-a (matematică-informatică bilingv engleză)

- 1) (15p) a) Fie A și B două mulțimi astfel încât $\overline{A \cup B} = 89$, $\overline{B} = 39$ și $\overline{A} = 74$.
Aflați câte elemente are mulțimea $A \cap B$.
b) Precizați câte numere de patru cifre există dacă toate cifrele sunt impare.
c) Aflați câte elemente ale mulțimii $A = \{1, 2, 3, \dots, 2019\}$ se divid cu 3 sau cu 4.
- 2) (5p) Calculați suma: $3 + 7 + 10 + \dots + (4n - 1)$.
- 3) (20p) a) Să se calculeze suma: $\sum_{k=1}^n \frac{2k+3}{(k+1)^2(k+2)^2}$.
b) Demonstrați că: $\frac{1}{1 \cdot 8} + \frac{1}{8 \cdot 15} + \dots + \frac{1}{(7n-6)(7n+1)} < \frac{1}{7}$.
- 4) (10p) Să se arate că pentru orice $n \in \mathbf{N}$ are loc relația $5^{2n+3} + 3^{n+3} \cdot 2^n : 19$.
- 5) (15p) Demonstrați: $\frac{1}{3} + \frac{2}{3^2} + \frac{3}{3^3} + \dots + \frac{n}{3^n} = \frac{3}{4} - \frac{2n+3}{4 \cdot 3^n}$, $n \in \mathbf{N}^*$.
- 6) (15p) a) Scrieți formulele pentru $a^3 + b^3$ și pentru $a^3 - b^3$.
b) Demonstrați că: $\frac{2^3-1}{2^3+1} \cdot \frac{3^3-1}{3^3+1} \dots \frac{n^3-1}{n^3+1} = \frac{2(n^2+n+1)}{3n(n+1)}$, $n \geq 2$.

Notă: 1) Timp de lucru: 50 minute.
2) Se acordă 20 puncte din oficiu.

Probleme propuse de prof. Carmen Pop